

Inhalt

1. [Vorbetrachtung](#)
2. [Ableitung der Anzahl-Gleichungen \$N\(z\)\$ und \$N\(m\)\$](#)
3. [Der Vergleich mit den astrophysikalischen Messungen](#)
4. [Literatur](#)
5. [Abbildungen](#)
6. [Copyright](#)

Zu einigen Problemen der modernen Kosmologie

II. Über die Anzahl kosmischer Systeme im Universum

von Steffen Haase, Leipzig, BRD

Zusammenfassung:

Für den euklidischen Raum werden neue Gleichungen für die Abhängigkeit der Anzahl extragalaktischer Objekte von der Rotverschiebung und der scheinbaren Helligkeit angegeben. Für die Anzahl extragalaktischer Sternsysteme dN in einem Rotverschiebungsintervall dz ergibt sich ein Maximum bei $z = 0,6915$. Die mittlere Rotverschiebung wird bei $\langle z \rangle \approx 0,2189$ erwartet, wenn eine maximale entfernungsbedingte Rotverschiebung von $z_{\max} \approx 5$ angenommen wird. Da kaum Rotverschiebungen mit $z \geq 5$ gefunden werden, könnte zu dem zugehörigen Zeitpunkt die Galaxienbildung eingesetzt haben. Die meßtechnische Ermittlung von $\langle z \rangle$ würde den Beginn der Galaxienbildung im Rotverschiebungsraum festlegen.

Abstract:

For the euclidean space new equations are given regarding the dependence of the number of extragalactic objects on redshift and apparent magnitude. For the number of extragalactic systems dN within a redshift interval dz the maximum is at $z = 0.6915$. The average redshift is expected to be at $\langle z \rangle \approx 0.2189$, assuming that the maximum redshift, which is dependent on the distance, is $z_{\max} \approx 5$. As hardly any redshift with $z \geq 5$ can be found, the formation of galaxies could possibly have started at the corresponding moment. The finding of $\langle z \rangle$ with the help of measuring techniques would determine the beginning of the formation of galaxies in the redshift space.

Key words: cosmology, quasars, number counts

[zurück zum Inhalt](#)

1. Vorbetrachtung

Die Abhängigkeit der Anzahl extragalaktischer Objekte von der Rotverschiebung z bzw. der scheinbaren Helligkeit m gehört zu den klassischen Tests der theoretischen Kosmologie. Beide Effekte sollen hier etwas näher betrachtet werden.

Im Teil I dieser Aufsatzreihe (St. Haase, 2000) wurde für den scheinbaren radialen Abstand D zwischen zwei beliebig herausgegriffenen kosmischen Objekten die einfache Beziehung

$$(I,6) \quad D = S_A r_S - S_E r_Q = R_{SA} - R_{QE} = c (t_A - t_E)$$

angegeben, wobei sich im Rahmen einer ersten Näherung für R_{SA} der Wert 3206 Mpc ergab. R_{QE} steht hierbei für den Quellort des Photons zum Zeitpunkt t_E der Emission, und $R_{SA} = D_A$ repräsentiert den Ort des Beobachters zum Zeitpunkt t_A der Absorption des Photons. Der Abstand D ist der zwischen diesen Zeitpunkten vom Photon zurückgelegte Weg und damit nicht der heutige Abstand zwischen beiden Orten, da sich die Emissions-Galaxie auf Grund der allgemeinen

Raumausdehnung inzwischen nicht mehr am Ort R_{QE} befindet. Auch die Beobachter-Galaxie hat sich in der Zwischenzeit weiterbewegt. Die Gleichung (I,6) sagt aus, daß sich der Beobachter nicht im Ursprung des Koordinatensystems befindet, und daß im allgemeinen auch die Lichtquelle nicht diesen Anspruch erheben kann. Diese Betrachtungsweise des homogenen und isotropen flachen Universums ist zugleich der wesentliche Unterschied zu den bekannten Modellvorstellungen in der Literatur. Dort wird in der Regel der Quellort der Photonen mittels $r_Q = 0$ in den Koordinatenursprung gelegt.

[zurück zum Inhalt](#)

2. Ableitung der Anzahl-Gleichungen $N(z)$ und $N(m)$

Für das von einem Photon radial durchwanderte Kugelvolumen V im euklidischen Raum gilt ganz allgemein

$$(1) \quad V(D) = \frac{4\pi}{3} D^3 \quad ,$$

worin D den vom Lichtteilchen zurückgelegten Weg bezeichnet. Für diese Strecke wird nun der Rotverschiebungsabstand

$$(I,16) \quad D(z; D_A) = D_A \left[1 - \frac{1}{(z+1)^{3/2}} \right] \quad ,$$

aus Teil I verwendet, um zu der gesuchten Anzahl-Rotverschiebungs-Relation zu gelangen. Diese Vorgehensweise entspricht der Bildung einer Materiekugel, deren Volumen im Rotverschiebungsraum nach

$$(2) \quad V(z) = \frac{4\pi}{3} D_A^3 \left[1 - \frac{1}{(z+1)^{3/2}} \right]^3$$

von z abhängt. Für gleichmäßig verteilte extragalaktische Systeme ist die Anzahl der beobachtbaren Objekte proportional zum Volumen. Das liefert die Beziehung

$$(3) \quad N(z) = V_A \eta \left[1 - \frac{1}{(z+1)^{3/2}} \right]^3 \quad ,$$

wenn das für die Beobachtung heute maximal mögliche Volumen $V_A = (4\pi/3) D_A^3$ und die konstante Anzahlichte η eingeführt werden. Geht die Rotverschiebung z gegen unendlich (hierfür gilt $D \rightarrow D_A$), ergibt sich gerade die Gesamtzahl $N_A = V_A$ der Objekte in der betrachteten Kugel. Somit gilt für die gesuchte Anzahl-Rotverschiebungs-Relation in logarithmischer Form

$$(4) \quad \lg N(z; N_A) = 3 \lg \left[1 - \frac{1}{(z+1)^{3/2}} \right] + \lg N_A \quad .$$

Es ist demnach ausreichend, eine in z begrenzte vollständige Meßreihe zu erstellen, um N_A ausfindig zu machen. Dabei ist es wünschenswert, die Grenzrotverschiebung möglichst groß zu wählen. Außerdem ist es nützlich, die Gleichung (4) auf ein Quadratgrad zu normieren. Dies schränkt den benötigten Meßaufwand erheblich ein. Die bei der Ableitung vorausgesetzte gleichmäßige Verteilung der betrachteten extragalaktischen Objekte kann nachträglich durch Messungen in die unterschiedlichsten Himmelsrichtungen überprüft werden. Die [Abb.1](#) zeigt den Verlauf der logarithmischen Anzahl-Rotverschiebungs-Relation je Quadratgrad mit $N_A = 10^9$. Es ist

zu erkennen, daß die Anzahl N mit wachsendem z relativ schnell gegen die Gesamtzahl N_A konvergiert, d.h. mit wachsender Rotverschiebung werden immer weniger Objekte gefunden. Die Beobachtungen zeigen tatsächlich nur sehr wenige extragalaktische Systeme jenseits von $z \approx 3$. Zum Vergleich sei hier die in der allgemeinen Literatur (siehe hierzu z.B. A. Sandage 1995) abgeleitete Gleichung für das Volumen im flachen Rotverschiebungsraum ($q_0 = 1/2$) angegeben:

$$(yyy) \quad V(z) = \frac{32 \pi c^3}{3 H_0^3} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}} \right]^3$$

Im Rotverschiebungsterm zeigt sich ein wesentlicher Unterschied zur Gleichung (2). Hierdurch ergibt sich eine grobe Abweichung von den Meßdaten (siehe Abb.4).

Auch die Ableitung der Anzahl-Rotverschiebungs-Relation nach z

$$(5) \quad \frac{dN}{dz}(z) = \frac{9}{2} N_A \frac{\left[1 - \frac{1}{(1+z)^{1/2}} \right]^2}{(1+z)^{3/2}}$$

ist sehr interessant. Das zugehörige Diagramm wird für verschiedene N_A in [Abb.2](#) gezeigt. Wie auch immer N_A gewählt wird, das Maximum dieser Kurve liegt stets bei $z = 0,6915$, d.h. die meisten Objekte je z -Intervall werden in dieser z -Umgebung gefunden. Der Wert von N_A beeinflusst nur die Höhe des Maximums und hierdurch die Steilheit der Kurve.

Des weiteren ist es nützlich, den erwarteten Mittelwert $\langle z \rangle$ über die Rotverschiebungen zu berechnen, um diesen dann mit den Meßergebnissen vergleichen zu können. Die Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung auf Gleichung (5) liefert

$$(6) \quad \frac{1}{z_{\max}} \left[1 - \frac{1}{(1+z_{\max})^{1/2}} \right]^3 = \frac{9}{2} \frac{\left[1 - \frac{1}{(1+\langle z \rangle)^{1/2}} \right]^2}{(1+\langle z \rangle)^{3/2}}$$

Mit z_{\max} wurde die obere Integrationsgrenze eingeführt. Da sich die Gleichung (6) weder nach $\langle z \rangle$ noch nach z_{\max} auflösen läßt, wurde für die Herstellung der [Abb.3](#) ein numerisches Verfahren verwendet. Sollten die Messungen ergeben, daß $\langle z \rangle$ ungleich Null ist (für $\langle z \rangle = 0$ müßte $z_{\max} = \infty$ angesetzt werden), wäre eine Erklärung für den Abschneideeffekt im Hubble-Diagramm in bezug auf die Ordinate $\lg cz$ gefunden, ohne jedoch die eigentliche Ursache hierfür zu kennen. Eine einfache Interpretation für eine Begrenzung durch z_{\max} ist, daß sich die extragalaktischen Objekte erst ab dem zugehörigen Zeitpunkt gebildet haben. Beispielsweise ergibt sich für eine maximale entfernungsbedingte Rotverschiebung $z_{\max} \approx 5$ die mittlere Rotverschiebung von $\langle z \rangle \approx 0,2189$, während für $z_{\max} \approx 3$ die mittlere Rotverschiebung $\langle z \rangle \approx 0,3042$ herauskommt.

Das Auftreten einer begrenzten Rotverschiebung zieht auf Grund des Hubble-Gesetzes (I,18) außerdem einen Grenzwert m_{\max} der scheinbaren Helligkeit nach sich, für den $m \leq m_{\max} \leq m_A$ gilt. Zum Beispiel ergibt sich für $z_{\max} = 5$ ein $m_{\max} = 22,47$, während für $z_{\max} \approx 3$ $m_{\max} = 22,33$ gilt, wenn $m_A = 22,62$ als Basis genommen wird. Die Lichtschwäche von Galaxien jenseits von m_{\max} ist dann nicht allein durch die Entfernung dieser Systeme bedingt.

Für die Anzahl-Helligkeits-Relation ergibt sich

$$(7) \quad N(m; m_A) = N_A 10^{0,6(m - m_A)}$$

Neu ist hier die Bedeutung von m_A : Normalerweise werden bis zu diesem Grenzwert (bzw. bis m_{\max}) der scheinbaren Helligkeit alle vorhandenen Objekte angetroffen. Extragalaktische Systeme mit kleinerer scheinbarer Helligkeit als m_A bzw. m_{\max} sind daher von Natur aus lichtschwächer.

Demnach wird der Beobachter jenseits dieser Helligkeitsgrenze nur relativ wenige Objekte ausfindig machen können. Diese Situation führt zu einem mehr oder weniger starken Abknicken am Ende der Meßpunktkurve, die zur Gleichung (7) gehört. Dies erklärt auch, warum der Nachthimmel so schwarz ist, obwohl die Astrophysiker scheinbare Helligkeiten messen können, die wesentlich schwächer als $m_A = 22,62$ sind. - Zu beachten ist allerdings, daß der Grenzwert der scheinbaren Helligkeit für jedes verwendete Spektralsystem (m_{pg} , U, B, V, R, I, J, H, K, L, b_J , b_F , ...) im allgemeinen unterschiedlich ausfällt.

Die Ableitung von $N(m)$ nach m liefert

$$(8) \quad \frac{dN(m; m_A)}{dm} = 1,3816 \cdot N_A \cdot 10^{0,6(m - m_A)}$$

Speziell bleibt es in der logarithmischen Darstellung der Anzahl beim Anstieg von 0,6 für die gesamte Kurve.

[zurück zum Inhalt](#)

3. Der Vergleich mit den astrophysikalischen Messungen

Da leider keine vollständige in der Rotverschiebung begrenzte Meßreihe zur Anzahl von Galaxien vorliegt, wird hier angenommen, daß die bisher gefundenen Quasare über den gesamten Himmel gleichmäßig verteilt sind. Unter dieser Annahme wurden für die Anpassung der Theorie an die Beobachtungsergebnisse die Meßdaten von M.-P. Vèron-Cetty u.a. (2000) und zum Vergleich der Katalog Nr.7158 des Astronomical Data Centers (A. Hewitt u.a., 1993) herangezogen. Das Ergebnis ist in der [Abb.4](#) dargestellt. Der Parameter N_A wurde jeweils so gewählt, daß die theoretischen Kurven die Meßreihen für die größten gemessenen Rotverschiebungen gerade berühren. Hierdurch ergeben sich $N_A \approx 16500$ für das Jahr 2000 und $N_A \approx 8993$ für das Jahr 1993. Die Meßwerte werden durch die Gleichung (4) stets gut beschrieben. Ist die oben gemachte Annahme einigermaßen zuverlässig, könnte man meinen, daß nicht wesentlich mehr als etwa 2×10^4 Quasare existieren. Davon waren im März 2000 bereits 13214 bekannt. Allerdings zeigt sich auch, daß N_A mit der Anzahl der Meßjahre "mitgewachsen" ist. Die [Abb.4](#) zeigt einen Überschuß der Quasare mit großer Rotverschiebung, einen Mangel an diesen Objekten für mittlere z und wieder einen Überschuß für kleine Rotverschiebungen. Die punktierte Linie entspricht der Gleichung (yyy). Wie sich zeigt, ist die zugehörige theoretische Ableitung nicht geeignet, um die Meßdaten zu erklären.

Wird das Datenmaterial von J. Huchra u.a. (1983) verwendet, um Rotverschiebungsmittelwerte $\langle z \rangle$ bis zu verschiedenen willkürlich ausgewählten Grenzwerten m_{grenz} der scheinbaren Helligkeit zu bilden, ergibt sich die [Abb.5](#). Hier ist deutlich zu erkennen, daß dieser Mittelwert mit zunehmendem Grenzwert m_{grenz} anwächst. Die Vermutung liegt nahe, daß sich dieses Wachstum bis zur scheinbaren Grenzhelligkeit m_{\max} bzw. m_A fortsetzt, um dort zum Stillstand zu kommen. Die versuchsweise Umrechnung der in [Abb.5](#) benutzten Grenzwerte der scheinbaren Helligkeit m_{grenz} in Rotverschiebungsgrenzwerte z_{grenz} mit Hilfe des Hubble-Gesetzes (I,18) führt zur [Abb.6](#). Der von der Theorie geforderte Trend ist sichtbar. Da es sich bei den verwendeten Meßwerten nicht wirklich um eine in z begrenzte Meßreihe handelt, ist hier keine vollständige Übereinstimmung von Theorie und Meßergebnissen zu erwarten. Hieraus resultiert die Notwendigkeit, in z vollständige Meßreihen

bereitzustellen, um tatsächlich Aussagen über den Entstehungszeitraum der ersten galaktischen Systeme machen zu können.

Ein weiterer Hinweis auf das Anwachsen der mittleren Rotverschiebung findet sich z.B. auch bei R.G. Kron (1993, Fig.7.1.). Dort wird allerdings die mittlere Rotverschiebung innerhalb von Intervallen der scheinbaren Helligkeit B_J ausgewertet. Wenn keine m -Intervalle benutzt werden, sondern $\langle z \rangle$ integral bis zu bestimmten scheinbaren Grenzhelligkeiten gebildet wird, ist klar, daß diese Mittelwerte stets unterhalb des größten von R.G. Kron (1993) angegebenen Wertes liegen, da dann viele Objekte mit sehr kleinen Rotverschiebungen in die Betrachtungen einfließen. Das Absinken der mittleren Rotverschiebung wird außerdem durch die Tatsache verstärkt, daß jenseits von $B_J = 27$ kaum noch Objekte gefunden werden (vgl. mit Y. Yoshii, 1993, Fig. 5a), die den Mittelwert nach oben ziehen könnten. Dies entspricht auch der Forderung der hier vorgestellten Theorie, daß für große z gemäß Gleichung (5) nur wenige Objekte erwartet werden. Der Mittelwert der Rotverschiebung wird demnach relativ niedrig ausfallen. Die Meßergebnisse deuten tatsächlich auf einen kleinen Rotverschiebungsmittelwert hin. Die Gleichung (6) fordert als möglichen Maximalwert $\langle z \rangle_{\max} = 0,4192$ für $z_{\max} = 1,3$ (vgl. mit Abb.3). Für jedes andere z_{\max} ist $\langle z \rangle$ stets kleiner.

Das wenige dem Autor zur Verfügung stehende Datenmaterial erlaubt keine schlüssige Auswertung der Anzahl-Helligkeits-Relationen (7) bzw. (8). Deshalb wird hier nur der Hinweis gegeben, daß beispielsweise in den Abbildungen 5a bis 5d von Y. Yoshii (1993) das massive Fehlen von Galaxien jenseits bestimmter scheinbarer Grenzhelligkeiten deutlich wahrnehmbar ist. Um die Gleichung (7) mit den Meßergebnissen vergleichen zu können, dürfen nur Objekte betrachtet werden, die mit ihrer scheinbaren Helligkeit vor diesem Abknickpunkt in den genannten Diagrammen zu liegen kommen, da die dahinter befindlichen Galaxien offenbar von Natur aus lichtschwächer sind und sich nur deshalb in diesem Bereich des Diagramms aufhalten. Da ihre Anzahl außerdem links vom Abknickpunkt fehlt, vermindert sich hierdurch der Anstieg der Kurve. Zu beachten ist ferner das Auftreten von $m_{\max} \leq m_A$, wenn ein z_{\max} existiert. Hierdurch wird der Abknickpunkt, ab dem nur noch wenige Objekte gefunden werden, zu kleineren m -Werten hin verlagert, als sonst zu erwarten wäre.

[zurück zum Inhalt](#)

Literatur:

Haase, St.: www.xhaase.de (2001)

Hewitt, A. und Burbidge, G.:

Astrophys. J. Suppl. Ser., **87** (1993), S.451

(NASA / Goddard Space Flight Center:

Astronomical Data Center, Volume 2, catalog 7158)

Huchra, J.; Davis, M.; Latham, D. und Tonry, J.:

The Astrophysical Journal Supplement Series, **52** (1983), S.89

Kron, R.G.:

in Sandage, A.; Kron, R.G. und Longair, M.S.:

The Deep Universe, Springer-Verlag, 1995, S.292 f.

(Saas-Fee Advanced Course 23, Lecture Notes 1993,

Swiss Society for Astrophysics and Astronomy,

Herausgeber: B.Binggeli und R.Buser)

Sandage, A. R.:

in Sandage, A.; Kron, R.G. und Longair, M.S.:

The Deep Universe, Springer-Verlag, 1995,
(Saas-Fee Advanced Course 23, Lecture Notes 1993,
Swiss Society for Astrophysics and Astronomy,
Herausgeber: B.Binggeli und R.Buser)

Véron-Cetty, M.-P. & Véron P.:

"A Catalogue of Quasars and Active Nuclei", 9th edition, March 2000, <http://www.obs-hp.fr> or
A&AR (in press)

Yoshii, Y.:

The Astrophysical Journal, **403** (1993), S.552

[zurück zum Inhalt](#)

Abbildungen:

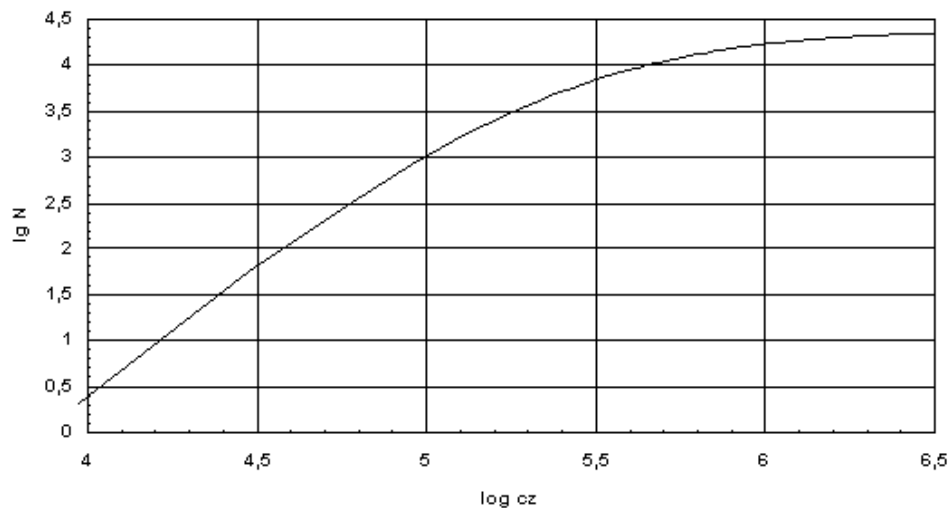


Abb.1:

Die Anzahl-Rotverschiebungs-Relation nach Gleichung (4). Für große Rotverschiebungen erhöht sich die Anzahl auffindbarer Objekte nur noch geringfügig.

[zurück](#)

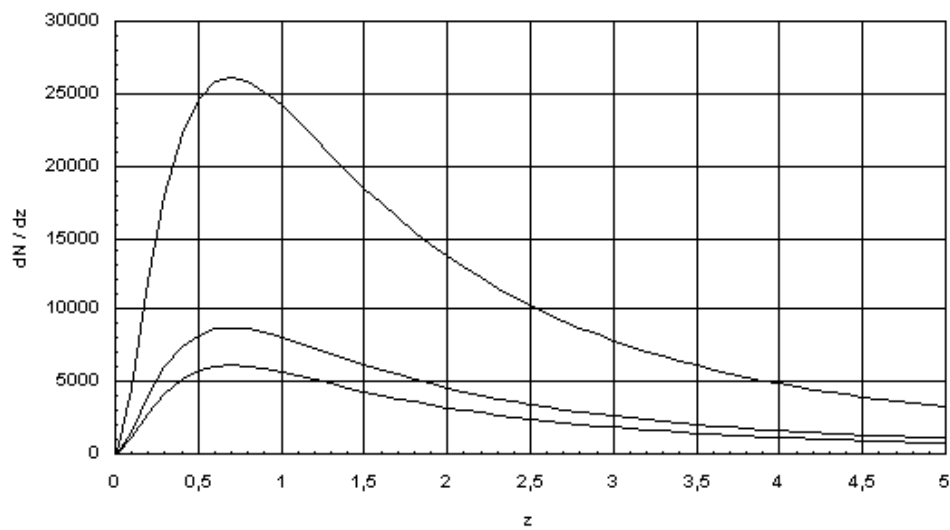


Abb.2:

Die Anzahl kosmischer Objekte in einem Rotverschiebungsintervall in Abhängigkeit von der Rotverschiebung für verschiedene N_A . Für $z \gg 0,7$ zeigt sich stets ein ausgeprägtes Maximum.

[zurück](#)

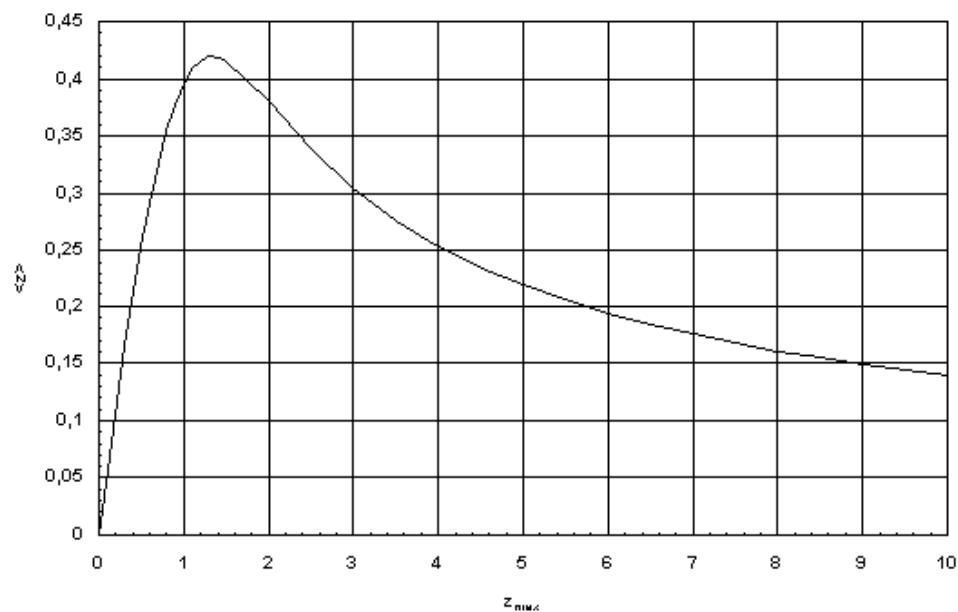


Abb.3:

Der Mittelwert $\langle z \rangle$ der Rotverschiebung als Funktion einer maximal möglichen Rotverschiebung z_{max} .

[zurück](#)

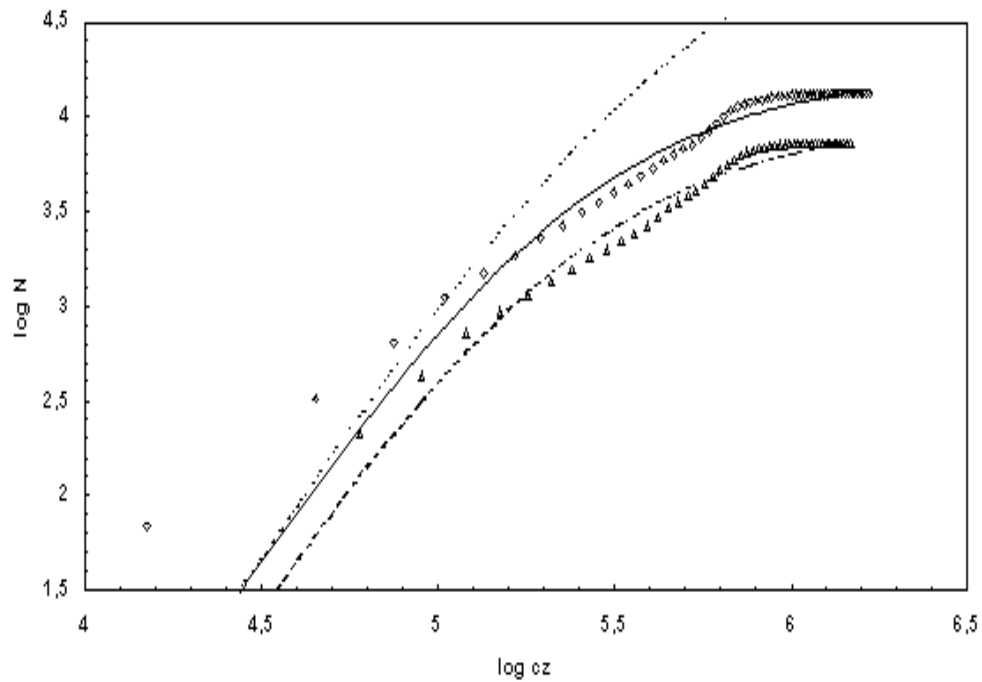


Abb.4:

Der Vergleich der Theorie mit der Anzahl der bis Ende 1992 (Dreiecke) bzw. März 2000 (Diamanten) entdeckten Quasare nach dem Katalog Nr.7158 des Astronomical Data Centers (A. Hewitt u.a., 1993) und nach M.-P. Véron-Cetty u.a. (2000). Die punktierte Linie entspricht der theoretischen Ableitung, die in der Literatur zu finden ist.

[zurück](#)

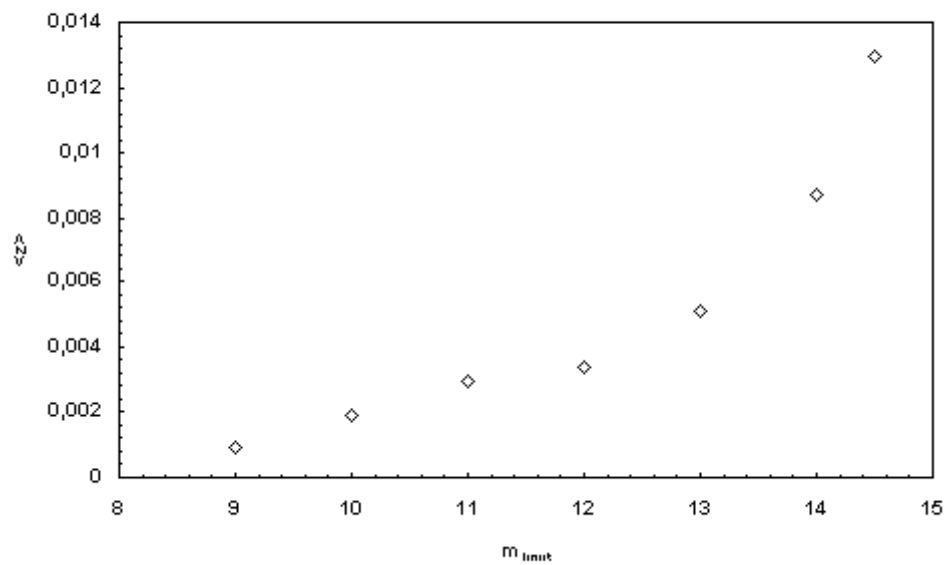


Abb.5:

Mittelwert $\langle z \rangle$ bis zu ausgewählten scheinbaren Helligkeitsgrenzwerten m_{limit} (nach J. Huchra u.a., 1983)

[zurück](#)

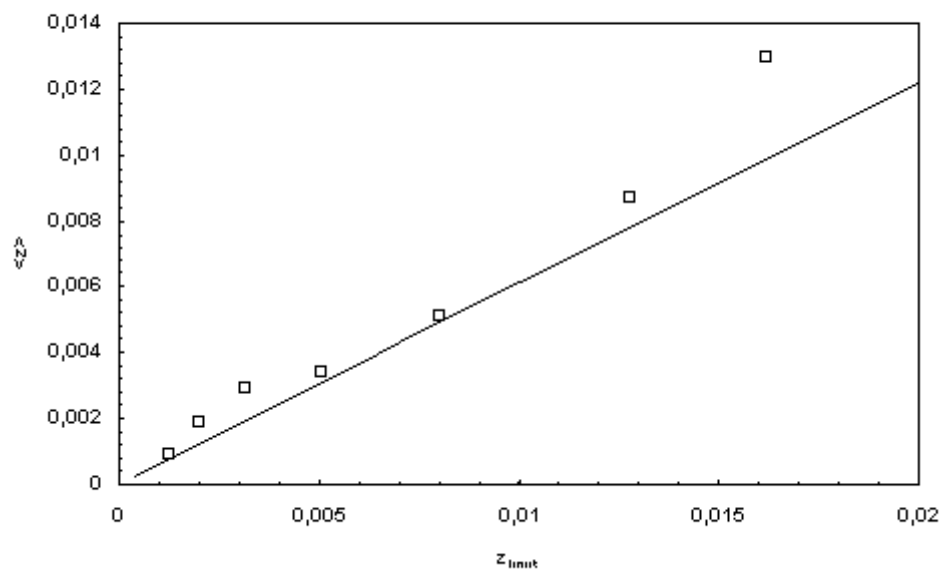


Abb.6:

Mittelwert $\langle z \rangle$ bis zu
berechneten
Rotverschiebungsgrenz
werten z_{limit}
(Meßwerte nach J.
Huchra u.a., 1983)

[zurück](#)

Copyright by Steffen Haase, Leipzig, 1998 and 1999

letzte inhaltliche Änderung: 15.04.2000

letzte Schreibfehlerkorrektur: 22.02.2004